

数学 (2月5日)

1 「この設問は、数学を選択する全受験生が解答すること」

以下の ～ に該当する数値 (0～9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は、最小となる形で答えること。

(1) 2次方程式 $x^2 - 4x + 11 = 0$ の解は、 $x = \boxed{1} \pm \sqrt{\boxed{2}}$ i

この解の1つを α 、もう1つを β とすると、

$(\alpha - 1)(\beta + 1) = \boxed{3}$ $\boxed{4}$

$\alpha^2 + \beta^2 = -\boxed{5}$

(2) 袋の中に、赤球5個、白球4個の計9個の球が入っている。

袋の中から同時に3個の球を取り出すとき、

取り出した3個が同じ色である確率は $\frac{\boxed{6}}{\boxed{7}}$

取り出した3個のうち、少なくとも1個は赤球である確率は

$\frac{\boxed{8}}{\boxed{10}}$ $\frac{\boxed{9}}{\boxed{11}}$

(3) $\log_m 2 = 0.3010$ を用いると、 5^{100} は $\boxed{12}$ $\boxed{13}$ 桁の数となることがわかる。

また、 6^{20} の正の約数は $\boxed{14}$ $\boxed{15}$ $\boxed{16}$ 個ある。

(4) 方程式 $x^2 + y^2 - 14x + 16y - 8 = 0$ は、中心 $(\boxed{17}, -\boxed{18})$ 、半径 $\boxed{19}$ $\boxed{20}$ の円を表す。

また、点 $A(8, 3)$ を通りこの円に接する直線の傾きを m とすると、

$m = \frac{\boxed{21}}{\boxed{22}}$ 、 $-\frac{\boxed{23}}{\boxed{24}}$ 、 $\frac{\boxed{25}}{\boxed{25}}$

2 「この設問は、数学を選択する全受験生が解答すること」

以下の ～ に該当する数値 (0～9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は、最小となる形で答えること。

$f(x) = 3\sqrt{2} \sin x + \sqrt{6} \cos x + 5\sqrt{6}$ について、以下の問に答えよ。

(1) $f(x)$ を三角関数の合成を用いて整理すると、

$f(x) = \boxed{26} \sqrt{\boxed{27}} \sin \left(x + \frac{\boxed{28}}{\boxed{29}} \pi \right) + 5\sqrt{6}$

(2) $0 \leq x \leq \pi$ における、 $f(x)$ の最大値は $\boxed{30}$ $\sqrt{\boxed{31}}$ 、
最小値は $\boxed{32}$ $\sqrt{\boxed{33}}$

(3) $0 \leq x \leq \pi$ における、方程式 $f(x) = 5\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$ の解は、

$x = \frac{\boxed{34}}{\boxed{35}}$ $\frac{\boxed{36}}{\boxed{39}}$ π , $\frac{\boxed{37}}{\boxed{39}}$ $\frac{\boxed{38}}{\boxed{40}}$ π

数学 (2月5日)

4 「この設問は、理工学部で教理・物理コース以外の受験生及び建築・環境学部の受験生が解答すること」

以下の 55 ~ 76 に該当する数値 (0 ~ 9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、因数分解についてはくり出せる数はすべてくり出すこと。

関数 $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 36x + 24$ について、以下の問に答えよ。

(1) $f'(x) = \boxed{55}x + \boxed{56}$ $\left(\boxed{57}x - \boxed{58} \right)$ となり、

$f(x)$ の極小値は、 $f\left(\frac{\boxed{59}}{\boxed{60}}\right) = \frac{\boxed{61}}{\boxed{62}} - \frac{\boxed{63}}{\boxed{63}}$

極大値は、 $f\left(\frac{\boxed{64}}{\boxed{64}}\right) = \frac{\boxed{65}}{\boxed{65}} - \frac{\boxed{66}}{\boxed{66}}$

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $A\left(2, \frac{\boxed{67}}{\boxed{67}}\right)$ における接線 l の方程式は

$y = \frac{\boxed{68}}{\boxed{68}}x - \frac{\boxed{69}}{\boxed{69}}x + \frac{\boxed{70}}{\boxed{70}}x - \frac{\boxed{71}}{\boxed{71}}$

(3) 接線 l と曲線 $y = f(x)$ の共有点のうち点 A と異なる点を B とすると、

点 B の x 座標は $-\frac{\boxed{72}}{\boxed{72}} - \frac{\boxed{73}}{\boxed{73}} = \frac{\boxed{74}}{\boxed{74}}$

(4) 接線 l と y 軸の交点を C とするとき、線分 AC 、 y 軸および曲線 $y = f(x)$ で囲まれた領域の面積は $\frac{\boxed{75}}{\boxed{75}} - \frac{\boxed{76}}{\boxed{76}}$ である。

3 「この設問は、数学を選択する全受験生が解答すること」

以下の 41 ~ 54 に該当する数値 (0 ~ 9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は、最小となる形で答えること。

円に内接する四角形 $ABCD$ について、各辺の長さが $AB = 6$, $BC = 5$, $CD = 3$, $DA = 2$ であるとする。 $\theta = \angle BAD$ とおくと、以下の問に答えよ。

(1) $\cos \theta = \frac{\boxed{41}}{\boxed{42}}$ であるから $\tan \theta = \frac{\boxed{43}}{\boxed{44}}$

さらに、 $\cos 2\theta = -\frac{\boxed{45}}{\boxed{47}} - \frac{\boxed{46}}{\boxed{48}}$

(2) 四角形 $ABCD$ の面積は $\frac{\boxed{49}}{\boxed{49}}\sqrt{\boxed{50}}$

(3) 内積 $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = \frac{\boxed{51}}{\boxed{52}}$

さらに、ベクトル $\overline{AB} + 3\overline{AD}$ の大きさは $\frac{\boxed{53}}{\boxed{53}}\sqrt{\boxed{54}}$

5 「この設問は、数理・物理コースの受験生のみ解答すること」

以下の ～ に該当する数値 (0～9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。

(1) 関数 $f(x) = (2x^2 + 5x + 1)e^{3x}$ とするとき、

$$f'(x) = \left(\frac{\boxed{55}}{2x + \boxed{59}} \cdot x^2 + \frac{\boxed{56}}{x + \boxed{61}} \right) e^{3x} \\ = (2x + \boxed{59}) \left(\frac{\boxed{60}}{x + \boxed{61}} \right) e^{3x} \text{ となり,}$$

$f(x)$ の極大値は

$$f\left(-\frac{\boxed{62}}{\boxed{63}}\right) = \frac{\boxed{64} \cdot \boxed{65}}{\boxed{66}} e^{-\frac{\boxed{67}}{\boxed{66}}}$$

(2) 式としての変形(部分分数展開)

$$\frac{1}{12 + 4x - x^2} = \frac{\boxed{68}}{\boxed{69}} \left(\frac{1}{x + \boxed{70}} - \frac{1}{x - \boxed{71}} \right)$$

を用いると、

$$\int_1^3 \frac{1}{12 + 4x - x^2} dx = \frac{\boxed{72}}{\boxed{73}} \log \frac{\boxed{74}}{\boxed{75}}$$

数学 (2月6日)

3 「この設問は、理工学部で数理解・物理コース以外の受験生及び建築・環境学部の受験生が解答すること」と

以下の 36 ~ 48 に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。

(1) 方程式 $x^3 + 6x^2 + 13x + 8 = 0$ の解は、 $x = -\frac{36}{39} \pm \sqrt{\frac{38}{41}}$ であり、 $\frac{38}{41}$ の分子は 38、分母は 41 である。

(2) 関数 $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x$ は $x = -\frac{40}{43}$ で極大値 $y = \frac{42}{45}$ をとり、 $x = \frac{43}{44}$ で極小値 $y = -\frac{44}{45}$ をとる。

(3) 曲線 $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x + 5$ の接線の中で、傾きが最小のものの方程式は $y = -\frac{46}{47}x + \frac{48}{47}$ である。

4 「この設問は、数理解・物理コースの受験生のみ解答すること」と

以下の 36 ~ 52 に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は、最小となる形で答えること。

(1) 曲線 $y = x^2 e^{5x}$ 上の点 $(3, 9e^{15})$ における接線の方程式は $y = e^{\frac{36}{37}} \left(\frac{38}{39}x - \frac{40}{41} + \frac{42}{42} \right)$ である。

(2) $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$ を $x = 2 \sin t$ で置換すると $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{4-4\sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt = 4 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = 4 \left[\frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = 4 \left(\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} \right) = \frac{47}{48} \pi + \frac{49}{50}$ であり、その値は $\frac{47}{48} \pi + \frac{49}{50}$ である。

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{51}{52}$ である。

1 「この設問は、数学を選択する全受験生が解答すること」と

以下の 1 ~ 21 に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は最小となる形で答えること。

(1) 多項式 $P(x)$ を $x-3$ で割った余りが 2、 $x+2$ で割った余りが -13 のとき多項式 $P(x)$ を $(x-3)(x+2)$ で割った余りは $\frac{1}{2}x - \frac{2}{2}$ である。

(2) 等差数列があり、その初項から第 4 項までの和が 24、第 5 項から第 8 項までの和が 56 である。この数列の初項は 3、公差は 4 である。

(3) 方程式 $27^x = 3^{3-x}$ の解は $x = \frac{5}{6}$ である。

(4) 曲線 $y = x^2 + x - 6$ と x 軸で囲まれた領域の面積は $\frac{7}{10} \times \frac{8}{13} \times \frac{9}{14}$ である。

(5) $f(x) = 3 \sin x + \sqrt{3} \cos x = 11 \sqrt{\frac{12}{13}} \sin \left(x + \frac{13}{14} \right)$ は $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲では $x = \frac{15}{16} \pi$ のとき最大値 $\frac{17}{18} \sqrt{\frac{18}{18}}$ をとる。

(6) $(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)^2 = \frac{19}{20}$ である。

(7) $\log_2 3 \cdot \log_5 5 \cdot \log_5 7 = \log_2 7 = \frac{21}{21}$ である。

2 「この設問は、数学を選択する全受験生が解答すること」と

以下の 22 ~ 35 に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は最小となる形で答えること。

三点 A, B, C があり $|AB| = 13$, $|BC| = 10$, $|\overline{CA}| = 13$ であった。

(1) 三角形 ABC の面積は $\frac{22}{27} \times \frac{23}{28} \times \frac{24}{25} \times \frac{26}{29}$ である。

(2) 内積 $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \frac{30}{31} \times \frac{31}{32}$ である。

(3) \overline{AB} と \overline{AC} のなす角を θ とすると $\cos 2\theta = \frac{33}{34} \times \frac{34}{35} = \frac{33}{35}$ である。

数学 (2月7日)

1 「この設問は、数学を選択する全受験生が解答すること」

以下の 1 ~ 38 に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は、最小となる形で答えること。

[1] 2次方程式 $3x^2 - 7x + 8 = 0$ の2つの解を α, β とするとき、

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{5}{6} + \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{7}{8} - \frac{9}{8}$$

[2] $P(x) = x^3 + x^2 - x - 10$ とするとき

$$P(x) = (x - 10)(x^2 + 11x + 12)$$

$$P(x) = 0 \text{ となる } x \text{ の値は } x = 13, \frac{-14 \pm \sqrt{15^2 - 16}}{17}$$

[3] 方程式 $4(x-2) = \sqrt{2(6x+23)}$ の解は $x = \frac{18}{19}$

[4] 方程式 $x^2 - 10x + y^2 + 21 = 0$ で表される図形は、中心が点 (20, 21)、半径 22 の円である。

[5] $\log_6 5 - 5 \log_4 125 + \log_8 \sqrt{5} = -\frac{23}{25} - \frac{24}{26} \log_2 5$

[6] 2つのベクトル \vec{a}, \vec{b} は、それぞれ大きさが2で、 60° の角をなしている。

このとき \vec{a} と \vec{b} の内積は 27

$\vec{c} = \vec{a} + \sqrt{3}\vec{b}, \vec{d} = -\sqrt{3}\vec{a} + \vec{b}$ とするとき、

\vec{c} の大きさは $28\sqrt{29} + \sqrt{30}$,

\vec{d} の大きさは $31\sqrt{32} - \sqrt{33}$,

\vec{c} と \vec{d} の内積は -34,

\vec{c} と \vec{d} のなす角を θ とするとき $\cos \theta = -\frac{35}{36} - \frac{37}{38}$

2 「この設問は、数学を選択する全受験生が解答すること」

以下の 39 ~ 59 に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は、最小となる形で答えること。

$f(x) = 5 - \sqrt{6} - 2 \sin 2x - 4 \sin^2 x \left(-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}\right)$ とする。

$$f(x) = -39 \sin 2x + 40 \cos 2x + 41 - \sqrt{6} = 42\sqrt{43} \sin\left(2x + \frac{44}{45}\pi\right) + 46 - \sqrt{6}$$

[2] $f(x) = 3$ をみたす x の値は $x = \frac{47}{48} - \frac{49}{50}\pi, -\frac{\pi}{50} + \frac{51}{50}\pi$

[3] $f(x)$ は $x = -\frac{\pi}{52}$ で最大値 53、 $x = \frac{\pi}{54}$ で最大値 55、 $x = \frac{\pi}{57}$ で最小値 58、 $x = -\frac{\pi}{59}$ で最小値 59 をとる。

数学 (2月7日)

3 「この設問は、理工学部で数理・物理コース以外の受験生及び建築・環境学部の受験生が解答すること」と

以下の ～ に、次の数値 (0～9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。

(1) $f(x) = 2ax^3 - 9ax^2 - 10a + b$ ($a > 0$) とする。このとき

$-2 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値は $b -$ a であり、

最小値は $b -$ a である。

$-2 \leq x \leq 2$ における最大値が 3、最小値が -10 となるような a と b の値は

$a =$, $b =$

(2) 曲線 $y = 2x^2 - 5x - 6$ 上に 2 点 A (0, 6), B (4, 18) をとるとき

点 B におけるこの曲線の接線の方程式は $y =$ $x -$

2 点 A, B における 2 つの接線とこの曲線で囲まれた部分の面積は

4 「この設問は、数理・物理コースの受験生のみ解答すること」

以下の ～ に、次の数値 (0～9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。

(1) $\int_0^{\cos 2} e^{7x} dx =$

(2) 曲線 $y = \sin 2x$ と直線 $y = 2x - \pi$ の交点は、 $(\frac{\pi}{\text{input type="text" value="64"}}, 0)$ であり、

これらの曲線と直線、および直線 $x = \frac{\pi}{6}$ で囲まれた部分の面積は

$\frac{\pi}{\text{input type="text" value="65"}} + \frac{\text{input type="text" value="66}}{\text{input type="text" value="67}} + \frac{\text{input type="text" value="68}}{\text{input type="text" value="69}} + \frac{\text{input type="text" value="70}}{\text{input type="text" value="70}}$ である。

(3) 関数 $f(x) = \log(-8x^2 + 14x - 3)$ がある、

$f(x)$ の定義域は $\frac{\text{input type="text" value="71}}{\text{input type="text" value="72}} < x < \frac{\text{input type="text" value="73}}{\text{input type="text" value="74}}$ である。

$f(x)$ の導関数は、 $f'(x) = \frac{\text{input type="text" value="75}}{(4x - \text{input type="text" value="78"})} \cdot \frac{\text{input type="text" value="76}}{\text{input type="text" value="77}} \cdot \frac{\text{input type="text" value="77}}{(2x - \text{input type="text" value="79"})}$ であり、

$f(x)$ は $x = \frac{\text{input type="text" value="80}}{\text{input type="text" value="81}}$ で最大値 $\log \frac{\text{input type="text" value="82}}{\text{input type="text" value="83}}$ をとる。