

1 [この設問は、全コースの受験生が解答すること]

以下の に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。

(1) 3次方程式 $x^3 + 2x^2 - ax + b = 0$ (a, b は実数の定数) が $2 - \sqrt{3}i$ を解にもつとき (ただし、 i は虚数単位)。

$a =$, $b =$ であり、
残りの解のうちで実数であるものは、 $x = -$

(2) 1から9までの自然数を記入したカードが各1枚、計9枚のカードがある。この9枚のカードを箱の中に入れ、ここから2枚のカードを同時に取り出すとき、

6	9
7	11

2枚のカードに記入されている数の和が偶数である確率は

2枚のカードに記入されている数の積が偶数である確率は

(3) $a < \log_{10} 12^{100} < a + 1$ をみたす自然数 a は である。これから、 12^{100} は 桁の数であることがわかる。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ は参考にしてよい。

2 [この設問は、全コースの受験生が解答すること]

以下の に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は、最小となる形で答えること。

$$f(x) = 6\sqrt{3} \sin x \cos x + 6 \cos^2 x - 1 \quad (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}) \text{ とする。}$$

$$f(x) =$$
 $\sqrt{\frac{\text{---}}{\text{---}}}$ $\sin 2x +$ $\cos 2x +$

$$=$$
 $\sin \left(2x + \frac{\text{---}}{\text{---}} \pi \right) +$ $\frac{\text{---}}{\text{---}}$ $+$

と変形でき、 $f(x)$ の最大値は 、最小値は

また、方程式 $f(x) = 2$ の解は、 $x =$ $\frac{\pi}{\text{---}}$ $\frac{\pi}{\text{---}}$

3 [この設問は、全コースの受験生が解答すること]

以下の に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は、最小となる形で答えること。

座標平面上に、点 A (6, 2) と B (-4, 4) をとる。また、点 P は円 $x^2 + y^2 = 4$ 上を動くものとする。以下の問に答えよ。

(1) 原点 O に対して、

$$\text{内積 } \vec{OA} \cdot \vec{OB} = -$$

$$\cos \angle AOB = -\sqrt{\frac{\text{---}}{\text{---}}}$$

三角形 OAB の面積 S は、 $S =$

(2) $|\vec{PA}|$ の最大値は、 $\sqrt{\frac{\text{---}}{\text{---}}}$

(3) 内積 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 0$ をみたす点 P の座標は $\left(\frac{\text{---}}{\text{---}}, -\frac{\text{---}}{\text{---}} \right)$ または $\left(-\frac{\text{---}}{\text{---}}, \frac{\text{---}}{\text{---}} \right)$ であり、
 $\frac{\text{---}}{\text{---}}$ $\frac{\text{---}}{\text{---}}$ $\frac{\text{---}}{\text{---}}$ $\frac{\text{---}}{\text{---}}$ $\frac{\text{---}}{\text{---}}$

このときの三角形 PAB の外接円の半径は $\sqrt{\frac{\text{---}}{\text{---}}}$

4 [この設問は、数理コース以外の受験生が解答すること]

以下の ～ に、次の数値 (0～9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。

$f(x) = (x + 3|x| - 9)x^2$ について、以下の問に答えよ。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ の解は、小さい順に $x = -\frac{\text{49}}{\text{50}}$, 0 , $\frac{\text{51}}{\text{52}}$

(2) $y = f(x)$ のグラフ上の点 (2, $f(2)$) における接線の方程式は

$$y = \frac{\text{53}}{\text{54}}x - \frac{\text{55}}{\text{56}}$$

(3) $f(x)$ の最小値は $f\left(-\frac{\text{57}}{\text{58}}\right) = -\frac{\text{58}}{\text{59}}$

(4) $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた2つの領域の面積の合計は

$$\frac{\text{3}}{\text{2}} \frac{\text{60}}{\text{61}}$$

5 [この設問は、数理コースの受験生のみ解答すること]

以下の ～ に、次の数値 (0～9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。

$f(x) = \frac{48}{x^2} + 6\sqrt{x}$ について、以下の問に答えよ。

(1) $f'(x) = \frac{\text{49}}{x^3}\sqrt{x} - \frac{\text{50}}{x^3}$

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 A(1, 54) における接線の方程式は

$$y = -\frac{\text{52}}{\text{53}}x + \frac{\text{54}}{\text{55}} + \frac{\text{56}}{\text{57}}$$

(3) $f(x)$ の最小値は、 $f\left(\frac{\text{57}}{\text{58}}\right) = \frac{\text{58}}{\text{59}}$

(4) $\int_1^4 f(x) dx = \frac{\text{60}}{\text{61}}$

1 [この設問は、全コースの受験生が解答すること]

以下の に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に見れる自然数は最小となる形で答えること。

(1) $\left(\frac{1}{\sqrt{15+3\sqrt{2}}}\right)^2 = \frac{\boxed{1}}{\boxed{2}} - \frac{\boxed{3}}{\boxed{4}} \sqrt{\frac{\boxed{5}}{\boxed{6}}}$

(2) 3次方程式 $x^3 - 2x^2 - x + 14 = 0$ の解は $-\boxed{7}$ 、 $\boxed{8}$ 、 $\sqrt{\boxed{9}}$ となる。

(3) $5 \sin \alpha + 3 \cos \alpha = \sqrt{\frac{\boxed{10}}{\boxed{11}}}$ 、 $\sin(x+\alpha)$ とあらわせば

$$\sin \alpha = \frac{\boxed{12}}{\sqrt{\frac{\boxed{13}}{\boxed{14}}}}, \quad \cos \alpha = \frac{\boxed{15}}{\sqrt{\frac{\boxed{16}}{\boxed{17}}}}$$

(4) $\log_8 \sqrt{2} + \log_9 27 = \frac{\boxed{18}}{\boxed{19}}$

(5) $5^5 + 6^2 + 7^2 + \dots + 20^2 = \boxed{20} \boxed{21} \boxed{22} \boxed{23}$

(6) $\frac{(1-\sqrt{3}i)^8}{1+\sqrt{3}i} = -\frac{\boxed{24}}{\boxed{25}} + \frac{\boxed{26}}{\boxed{27}}i$

(7) 男子14人、女子12人のクラスで男女2名ずつの委員を選ぶ選び方は $\boxed{27} \boxed{28} \boxed{29} \boxed{30}$ 通り

2 [この設問は、全コースの受験生が解答すること]

以下の に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。三角形ABCの三辺の長さを $AB = AC = 25$, $BC = 30$ とする。

(1) $\sin \angle BAC = \frac{\boxed{31}}{\boxed{32}}$, $\tan \angle BAC = \frac{\boxed{33}}{\boxed{34}}$, $\frac{\boxed{35}}{\boxed{36}}$

(2) 三角形ABCの面積は $\boxed{38} \boxed{39} \boxed{40}$

(3) $|\overline{AB} \cdot \overline{AC}| = \boxed{41} \boxed{42} \boxed{43}$ なので $|\overline{AB} + t\overline{AC}|$ は

$$t = -\frac{\boxed{44}}{\boxed{45}} + \frac{\boxed{46}}{\boxed{47}}$$

3 [この設問は、数理コース以外の受験生が解答すること]

以下の に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。

(1) 3次関数 $y = x^3 + 10x^2 - 7x + 5$ は $x = -\frac{\boxed{47}}{\boxed{48}}$ で極大値 $\frac{\boxed{49}}{\boxed{50}}$ 、 $x = \frac{\boxed{51}}{\boxed{52}}$ で極小値 $\frac{\boxed{53}}{\boxed{54}}$ 、 $\frac{\boxed{55}}{\boxed{56}}$ をとる。

(2) 曲線 $y = x^2$ の接線で点 $(1, -15)$ を通るものの接点の座標は $(-\frac{\boxed{58}}{\boxed{60}}, \frac{\boxed{61}}{\boxed{62}})$ と

(3) 2点 $(5, 39)$, $(-2, 4)$ を通る直線の方程式は $y = \frac{\boxed{63}}{\boxed{64}}x + \frac{\boxed{65}}{\boxed{66}}$

この直線と曲線 $y = x^2$ の四つ交点の面積は $\frac{\boxed{67}}{\boxed{68}} + \frac{\boxed{69}}{\boxed{70}}$

4 [この設問は、数理コースの受験生のみ解答すること]

以下の に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。

(1) $f(x) = \tan x$ のとき $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\boxed{47}}{\boxed{48}}$

(2) $(5x^3 \sin 2x)'' = \frac{\boxed{49}}{\boxed{50}}x^{\frac{\boxed{51}}{\boxed{52}}} \sin 2x + \frac{\boxed{53}}{\boxed{54}}x^{\frac{\boxed{55}}{\boxed{56}}} \cos 2x$

(3) $\int_{t^2}^{e^{17}} \frac{1}{3x} dx = \frac{\boxed{55}}{\boxed{56}} - \frac{\boxed{57}}{\boxed{58}}$

(4) 直線 $y = x$ と直線 $y = 3x - 5$ と x 軸で囲まれた図形を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は $\frac{\boxed{58}}{\boxed{59}} + \frac{\boxed{60}}{\boxed{61}}\pi$

数学 (2月7日)

1 [この設問は、全コースの受験生が解答すること]

以下の $\boxed{1}$ $\boxed{36}$ に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は、最小となる形で答えること。

(1) $P(x) = x^4 - 6x^3 + 22x^2 - 30x + 85$ とするとき

$$P(x) = (x^2 - \boxed{1}x + \boxed{2} - \boxed{3})(x^2 - \boxed{4})$$
 であり、

$$P(x) = 0$$
 となる x の値は $x = \pm\sqrt{\boxed{5}}$, $\boxed{6} \pm \boxed{7} \pm \sqrt{\boxed{8}}$

(2) 方程式 $\log_9(2-x) = -\frac{3}{2}$ の解は $x = \frac{\boxed{9} \boxed{10}}{\boxed{11} \boxed{12}}$

(3) $\cos \alpha = \frac{8}{9}$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) のとき

$$\cos 2\alpha = \frac{\boxed{13} \boxed{14}}{\boxed{15} \boxed{16}}, \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{\boxed{17} \boxed{18}}}{\boxed{19}}$$

(4) 方程式 $x^2 + y^2 - 6x + 12y - 4 = 0$ の表す図形は、

中心が $(\boxed{20}, -\boxed{21})$ 、半径が $\boxed{22}$ の円である。
 y 軸がこの円によって切り取られてできる線分の長さは $\boxed{23}$ $\boxed{24}$ $\boxed{25}$

(5) 2つのベクトル \vec{a}, \vec{b} について $4\vec{a} + \vec{b} = (0, 4), \vec{a} - 2\vec{b} = (3, 10)$ であるとき

$$\vec{a} = \left(\frac{\boxed{26}}{\boxed{27}}, \frac{\boxed{28}}{\boxed{29}} \right), \quad \vec{b} = \left(-\frac{\boxed{30}}{\boxed{31}}, -\frac{\boxed{32}}{\boxed{33}} \right)$$

$$\vec{a}$$
 と \vec{b} の内積は $-\frac{\boxed{34} \boxed{35}}{\boxed{36}}$

(6) 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + (2a-9)x$ が常に増加するような定数 a の値の範囲は

$$-\boxed{35} \leq a \leq \boxed{36}$$

2 [この設問は、全コースの受験生が解答すること]

以下の $\boxed{37}$ \sim $\boxed{50}$ に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。また、根号の中に現れる自然数は、最小となる形で答えること。

$$f(x) = -3\sqrt{2} \sin 4x + \sqrt{6} \cos 4x \quad \left(-\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{8}\right)$$
 とする。

(1) $f(x) = \boxed{37} \sqrt{\boxed{38}} \sin \left(4x + \frac{\boxed{39}}{\boxed{40}} \pi \right)$

(2) $f(x) = -2\sqrt{3}$ をみたす x の値は $x = \frac{\boxed{41}}{\boxed{42}} \frac{\boxed{43}}{\boxed{44}} \pi$

(3) $f(x)$ は $x = -\frac{\pi}{\boxed{44} \boxed{45}}$ で最大値 $\boxed{46} \sqrt{\boxed{47}}$ をとり、

$x = \frac{\pi}{\boxed{48}}$ で最小値 $-\boxed{49} \sqrt{\boxed{50}}$ をとる。

3 [この設問は、数理コース以外の受験生が解答すること]

以下の ~ に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。

(1) $f(x) = \int_1^x (t+2)(t+5)dt$ とする。このとき

$$f(x) = \frac{\text{51}}{\text{52}} x^3 + \frac{\text{53}}{\text{54}} x^2 + \frac{\text{55}}{\text{56}} x + \frac{\text{57}}{\text{58}} \frac{\text{59}}{\text{59}}$$

$f(x)$ は $x = -\text{60}$ で極大値 - をとり、

$x = -\text{63}$ で極小値 - をとる。

曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(\text{1}, \text{67})$ における接線の方程式は

$$y = \text{68} \text{69} x - \text{70} \text{71}$$

(2) 曲線 $y = 8 + 2x - x^2$ ($-1 \leq x \leq 4$) と3直線 $y = x + 2$, $x = -1$, $x = 4$ で囲まれた2つ

の部分の面積の和を S とすると $S = \frac{\text{72}}{\text{73}} \frac{\text{74}}{\text{74}}$

4 [この設問は、数理コースの受験生のみ解答すること]

以下の ~ に、次の数値 (0~9) の中から適するものを選んで解答用紙の所定欄にマークせよ。ただし、分数は可能な限り約分した形で答えること。

(1) $\int_1^{e^2} \log x dx = \frac{\text{51}}{\text{70}} e^{\frac{\text{52}}{\text{70}}} + \frac{\text{53}}{\text{70}}$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^3 x dx = \frac{\text{54}}{\text{56}} \frac{\text{55}}{\text{57}}$

(3) 関数 $f(x) = (ax^2 + 2)e^{-3x}$ が $x = \frac{1}{2}$ で極値をとるとき、定数 a の値は である。

このとき $f(x)$ は $x = \frac{\text{60}}{\text{61}}$ で極大値 をとり、

$x = \frac{\text{65}}{\text{66}}$ で極小値 をとる。